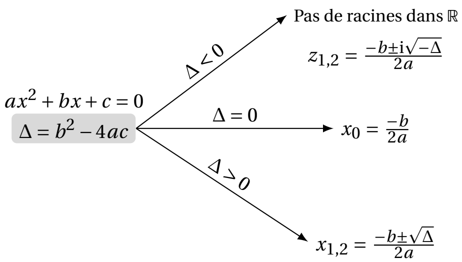
Partie I - Notions de survie

↠ *Polynômes du 1^er degré*

$$ax+b=0 \iff x=\frac{-b}{a}$$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	signe de $(-a)$	0	signe de a

↠ *Polynômes du 2^nd degré*



x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	signe de a	

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$P(x)$	signe de a	0	signe de a

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$P(x)$	sig. a	0	sig. $(-a)$	0	sig. a

↠ *Identités remarquables*

- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

↠ *Proportionnalité (produit en croix)*

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \iff a\times d=c\times b$$

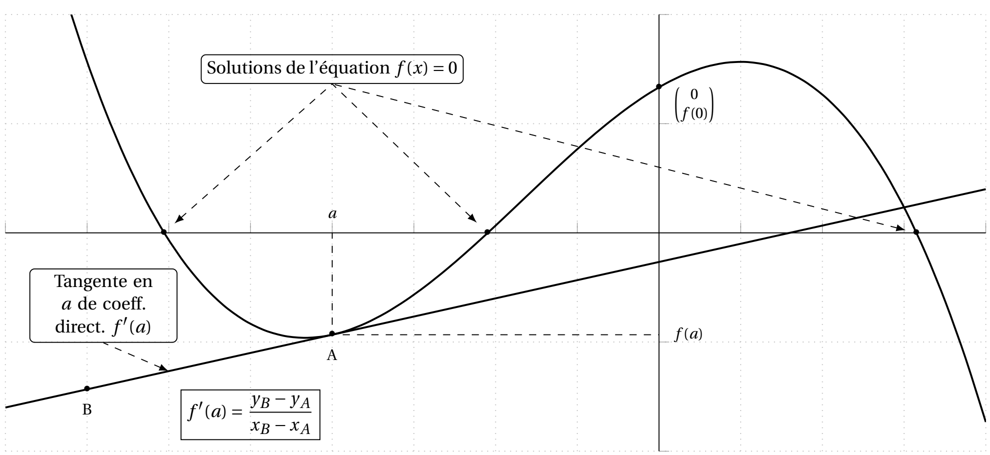
↠ *Pour résoudre une équation* *(sauf 1^er degré)*

- je passe tout dans le membre de gauche
- je factorise
- j'utilise le théorème du produit nul :
  $A\times B=0 \iff A=0$ ou $B=0$

↠ *Pour résoudre une inéquation*

- mêmes étapes qu'une équation
- je dresse en plus un tableau de signes

↠ *Lecture graphique*



↠ *Pour établir une inégalité du type $A<B$ (ou $A>B$ ...)*

1. on calcule **la différence** $A-B$ et on la met sous la forme d'un produit ou d'un quotient
2. on en fait un tableau de signes
3. on déduit que sur un certain intervalle, $A-B<0 \Longrightarrow A<B$

↠ *Mes méthodes et formules* (à compléter toi-même)

Partie II - Suites

Nature	Arithmétique	Géométrique
$u_{n+1} = f(u_n)$	$\begin{cases} u_p \\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases}$	$\begin{cases} v_p \\ v_{n+1} = q v_n \end{cases}$
$u_n = f(n)$	$\begin{aligned} u_n &= u_0 + nr \\ &= u_1 + (n-1)r \\ &= u_2 + (n-2)r \\ &= \cdots \end{aligned}$	$\begin{aligned} v_n &= v_0 \times q^n \\ &= v_1 \times q^{n-1} \\ &= v_2 \times q^{n-2} \\ &= \cdots \end{aligned}$
Somme de u_p à u_n	$\underbrace{(n-p+1)}_{\text{nombre de termes}} \times \dfrac{\text{premier}+\text{dernier}}{2}$	$\text{premier} \times \dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$
Pour démontrer	$u_{n+1} - u_n = \cdots = r$	$\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \cdots = q$ $v_{n+1} = \cdots = q v_n$

Limites de suites

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} q^n = \begin{cases} 0 & \text{si } -1 < q < 0 \text{ ou } 0 < q < 1 \\ +\infty & \text{si } q > 1 \\ 1 & \text{si } q = 1 \\ \text{diverge} & \text{si } q \leqslant -1 \end{cases}}$$

Théorèmes de comparaison

$$\begin{cases} \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty \\ v_n \geqslant u_n \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\lim_{n \to +\infty} v_n = +\infty} \qquad \begin{cases} \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty \\ v_n \leqslant u_n \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\lim_{n \to +\infty} v_n = -\infty}$$

Théorème des gendarmes

$$\begin{cases} v_n \leqslant u_n \leqslant w_n \\ \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \lim\limits_{n \to +\infty} w_n = \ell \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = \ell}$$

Théorème du point fixe

$$\begin{cases} f \text{ est continue} \\ u_{n+1} = f(u_n) \\ (u_n) \text{ converge} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{(u_n) \text{ converge vers la solution de } f(x) = x}$$

Théorèmes de convergence des suites monotones

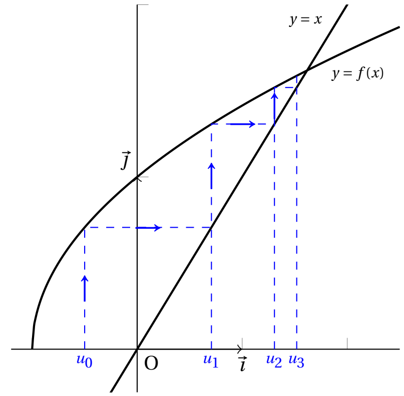
- Toute suite croissante majorée converge ;
- Toute suite décroissante minorée converge.

Variations de suites

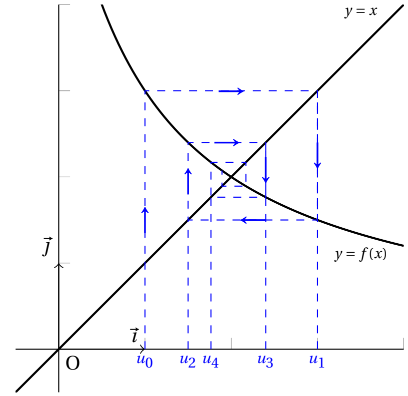
$$\boxed{u_{n+1} - u_n \begin{cases} > 0 \Longrightarrow (u_n) \text{ est strictement croissante} \\ < 0 \Longrightarrow (u_n) \text{ est strictement décroissante} \\ = 0 \Longrightarrow (u_n) \text{ est stationnaire ou constante} \end{cases}}$$

⚠ Si u est définie explicitement c'est-à-dire que $u_n = f(n)$ alors u a les mêmes variations que la fonction f qui la définit sur $\mathbb{N}$.

Construction graphique des termes de (u_n) dans le cas d'une définition récurrente : $u_{n+1} = f(u_n)$



Croissante convergente



"Escargot" convergent

1. On part de u_0
2. On prend son image par f : $u_1 = f(u_0)$
3. On rabat u_1 sur l'axe des abscisses grâce à $y = x$
4. On répète cette procédure avec u_1, puis u_2 ...

Rédaction-type du raisonnement par récurrence

1. **Initialisation** : On vérifie que la propriété est vraie au rang n_0
2. **Hérédité** : Supposons la propriété vraie au rang n, montrons qu'elle est vraie au rang $n+1$
   [*Écrire la propriété au rang n*] $\Longrightarrow$ [*Écrire la propriété au rang $n+1$*]
   ⋮ } Démo
3. **Conclusion** : La propriété étant vraie au rang n_0 et étant héréditaire, on en déduit que : [*Écrire la propriété au rang n*]

Algorithmes à connaître

Exemple à adapter en fonction de la suite étudiée, ici $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 5$.

```
Affecter à U la valeur 1
Affecter à N la valeur 0
Demander la valeur de K
TANT QUE (N < K) FAIRE
  | Affecter à U la valeur 2 × U + 5
  | Affecter à N la valeur N + 1
FIN TANT QUE
Afficher U
```

① Calcul du terme de rang K

```
Affecter à U la valeur 1
Affecter à N la valeur 0
Demander la valeur de M
TANT QUE (U < M) FAIRE
  | Affecter à U la valeur 2 × U + 5
  | Affecter à N la valeur N + 1
FIN TANT QUE
Afficher N
```

② Algorithme de seuil

⚠ Pour l'algorithme ①, si on veut faire afficher **tous les termes**, il faut placer l'affichage **dans la boucle**.

PARTIE III - FONCTIONS

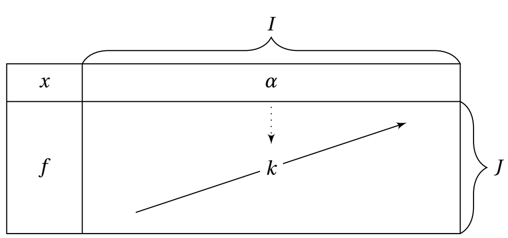
Tableaux des dérivées et des primitives

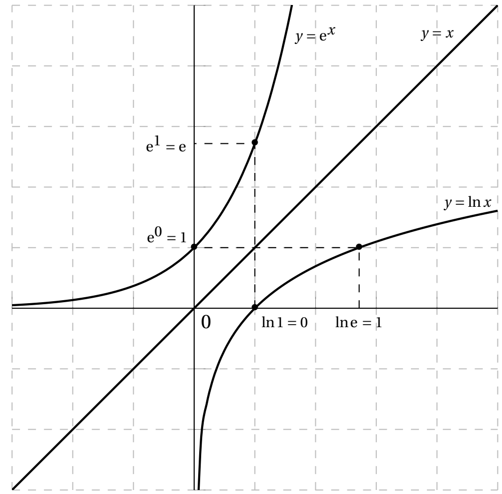
Fonction f	Dérivée f'
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
ku	ku'
u^n	$nu'u^{n-1}$
uv	$u'v+uv'$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\ln u$	$\frac{u'}{u}$
e^u	$u'e^u$
$\cos u$	$-u'\sin u$
$\sin u$	$u'\cos u$

Fonction f	Primitive F
x^n	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}$
$\frac{1}{x^n}$, $n\neq 1$	$-\frac{1}{n-1}\times\frac{1}{x^{n-1}}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x$
e^{ax+b}	$\frac{1}{a}e^{ax+b}$
$\frac{1}{ax+b}$	$\frac{1}{a}\ln(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax+b)$
$u'u^n$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}$
$\frac{u'}{u^n}$, $n\neq 1$	$-\frac{1}{n-1}\times\frac{1}{u^{n-1}}$
$\frac{u'}{u}$	$\ln u$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$
$u'e^u$	e^u
$u'\cos u$	$\sin u$
$u'\sin u$	$-\cos u$

Rédaction-type : CTVI ou th. de la bijection

- f est **continue** et **strictement croissante (ou décroissante)** sur I.
- f réalise une bijection de I sur J (ou $f(x)$ prend ses valeurs dans J).
- $k \in J$ donc l'équation $f(x)=k$ admet une seule et unique solution α.





Limites du type : ⚠ **Faire la règle des signes**

$$\frac{k\neq 0}{\pm\infty}=0^{\pm} \qquad \frac{k\neq 0}{0^{\pm}}=\pm\infty \qquad \pm\infty\times\pm\infty=\pm\infty$$

Forme indéterminée (FI) :

$$\frac{\infty}{\infty} \qquad \frac{0}{0} \qquad 0\times\infty \qquad (+\infty)+(-\infty)\cdots$$

En présence d'une FI, on peut développer, factoriser, utiliser les "croissances comparées".

Croissances comparées :

$$\lim_{x\to 0^+} x^n\ln x=0 \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0$$
$$\lim_{x\to-\infty} x^n e^x=0 \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}=+\infty$$

Propriétés du logarithme Népérien et de l'exponentielle :

$\ln ab=\ln a+\ln b$

$e^{a+b}=e^a\times e^b$

$\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$

$e^{a-b}=\frac{e^a}{e^b}$

$\ln a^n=n\ln a$

$(e^a)^n=e^{na}$

$\ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}\ln a$

$e^{-a}=\frac{1}{e^a}$

$\ln\frac{1}{b}=-\ln b$

$\ln e^x=x$

$e^{\ln x}=x$

Interprétation graphique des limites :

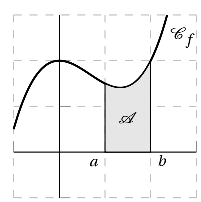
$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\ell \implies \mathscr{C}_f$ admet en $\pm\infty$ une asymptote horizontale d'équation $y=\ell$.
$\lim_{x\to a} f(x)=\pm\infty \implies \mathscr{C}_f$ admet une asymptote verticale d'équation $x=a$.

Étude de position :
Pour étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à $\mathscr{C}_g$, on étudie le signe de $f(x)-g(x)$.

Équation de la tangente en a :

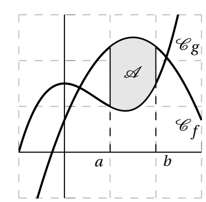
$$y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

Calcul d'une aire à partir d'une intégrale :



$$\mathscr{A}=\int_a^b f(x)\,dx$$

$$V_m=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$



$$\mathscr{A}=\int_a^b (f(x)-g(x))\,dx$$

Propriétés de l'intégrale :

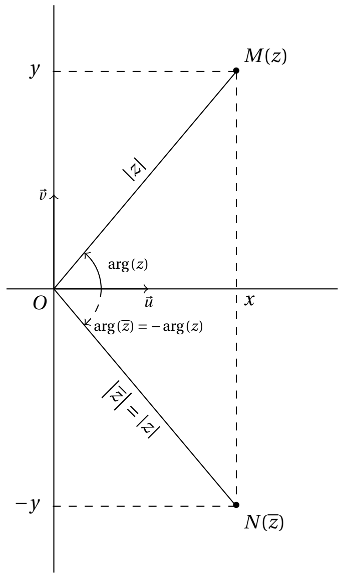
$$\int_a^b f(x)\,dx=-\int_b^a f(x)\,dx$$

$$\int_a^b f(x)\,dx+\int_b^c f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx \quad \text{(Chasles)}$$

$$f(x)\geqslant 0 \text{ sur } [a;b] \implies \int_a^b f(x)\,dx\geqslant 0 \quad \text{(Positivité)}$$

$$\int_a^b (\alpha f+\beta g)=\alpha\int_a^b f+\beta\int_a^b g \quad \text{(Linéarité)}$$

Partie IV - Complexes et trigonométrie



- M est le point d'**affixe** $z = x + \mathrm{i}y$ avec $\mathrm{i}^2 = -1$.
- N est le point d'affixe $\overline{z}$ conjugué de z tel que : $\overline{z} = x - \mathrm{i}y$.
- $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur d'affixe $z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$.
- Module de z : $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ *(th. de Pythagore)*
- Argument de z :

$$\arg(z) = \theta + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \text{ avec } \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{x}{|z|} = \dfrac{\text{Adj}}{\text{Hyp}} \\ \sin\theta = \dfrac{y}{|z|} = \dfrac{\text{Opp}}{\text{Hyp}} \end{cases}$$

- Écritures possibles de z :

$$z = x + \mathrm{i}y \qquad \text{(forme algébrique)}$$
$$= |z|(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta) \qquad \text{(forme trigonométrique)}$$
$$= |z|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} \qquad \text{(forme exponentielle)}$$

Propriétés des modules, des arguments et des conjugués

$\lvert zz'\rvert = \lvert z\rvert\lvert z'\rvert$	$\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z')$	$\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$	$\lvert\overline{z}\rvert = \lvert z\rvert$
$\left\lvert\dfrac{z}{z'}\right\rvert = \dfrac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$	$\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$	$\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)} = \dfrac{\overline{z}}{\overline{z'}}$	$\arg(\overline{z}) = -\arg(z)$
$\lvert z^n\rvert = \lvert z\rvert^n$	$\arg(z^n) = n \times \arg(z)$	$\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$	$\lvert z + z'\rvert \neq \lvert z\rvert + \lvert z'\rvert$ ⚠

Interprétation géométrique des nombres complexes

$\lvert z\rvert = OM$	$\arg(z) = \left(\vec{u}\,;\overrightarrow{OM}\right)$
$\lvert z_B - z_A\rvert = AB$	$\arg(z_B - z_A) = \left(\vec{u}\,;\overrightarrow{AB}\right)$
$\left\lvert\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right\rvert = \dfrac{AC}{AB}$	$\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right)$

Recherche d'ensembles de points

$|z - z_A| = |z - z_B| \iff AM = BM$
$\iff M \in$ à la médiatrice de $[AB]$

$|z - z_A| = r \iff AM = r$
$\iff M \in$ au cercle de centre A et de rayon r

Configurations géométriques et raisonnement à mettre en oeuvre

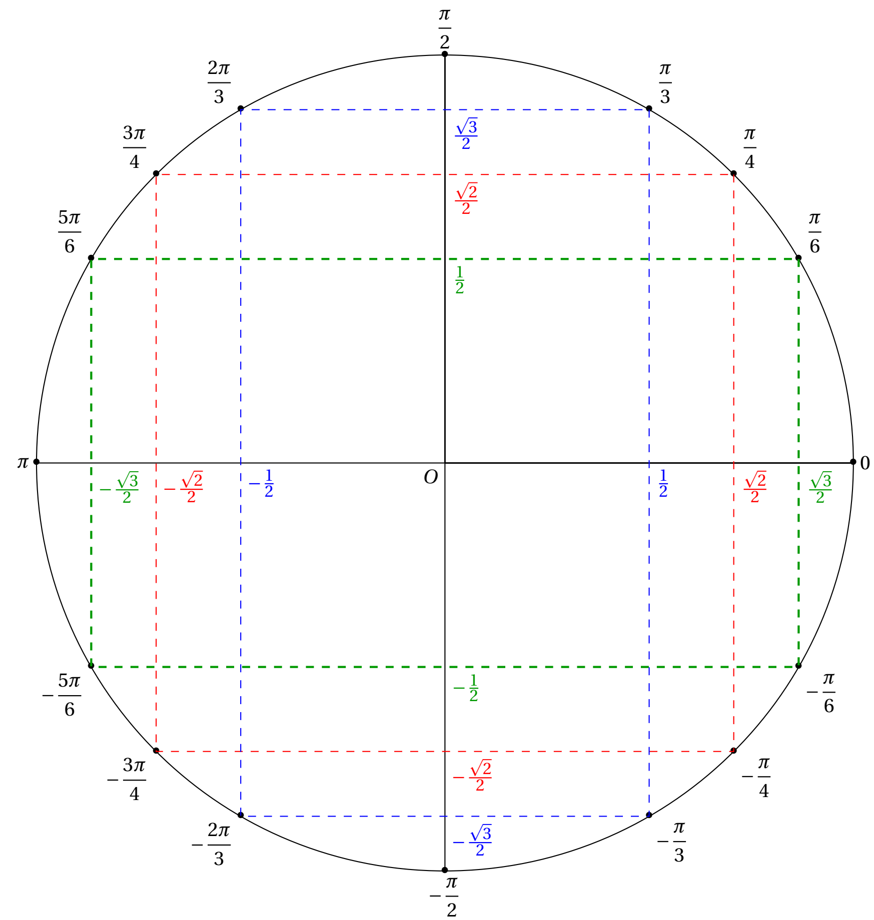
A, B, C alignés $\iff \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
$\iff z_B - z_A = k(z_C - z_A)$

A, B, C alignés $\iff \left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right) = k\pi$
$\iff \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} =$ un réel pur

$(AB) \perp (AC) \iff \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$
$\iff (x_B - x_A)(x_C - x_A) + (y_B - y_A)(y_C - y_A) = 0$

$(AB) \perp (AC) \iff \left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$
$\iff \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} =$ un imaginaire pur

Cercle trigonométrique et valeurs remarquables

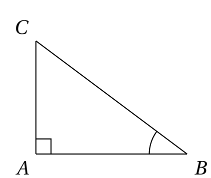


Formules de trigonométrie

$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$
$\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a$
$\sin 2a = 2\sin a \cos a$
$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

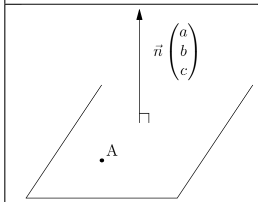
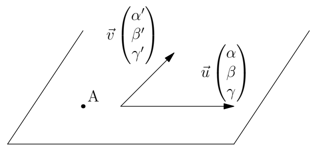
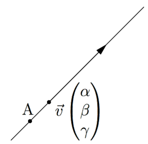
$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$
$\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a}$

Rappels de collège : SOHCAHTOA ou CAHSOHTOA



$$\cos\widehat{ABC} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypothénuse}} = \frac{AB}{BC}$$
$$\sin\widehat{ABC} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypothénuse}} = \frac{AC}{BC}$$
$$\tan\widehat{ABC} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}} = \frac{AC}{AB}$$

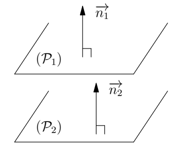
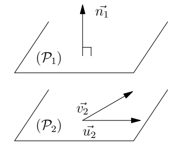
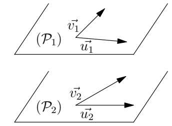
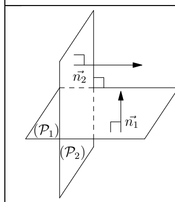
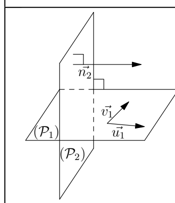
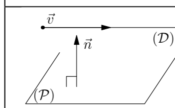
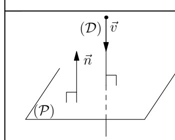
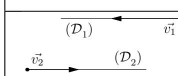
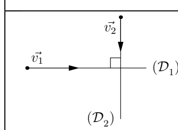
PARTIE V - GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Équation cartésienne de plan	***Représentation paramétrique de plan***	***Représentation paramétrique de droite***
		
$\mathscr{P} : ax+by+cz+d=0$ $d=-ax_A-by_A-cz_A$	$\begin{cases} x=\alpha t+\alpha' t'+x_A \\ y=\beta t+\beta' t'+y_A \\ z=\gamma t+\gamma' t'+z_A \end{cases}$	$\begin{cases} x=\alpha t+x_A \\ y=\beta t+y_A \\ z=\gamma t+z_A \end{cases}$
➻ On vérifie qu'un point appartient au plan en remplaçant x, y et z par les coordonnées du point ➻ On trouve un point du plan en affectant à deux variables des valeurs quelconques et en déterminant la troisième	➻ On vérifie qu'un point appartient au plan en remplaçant x, y et z par les coordonnées du point puis en résolvant le système d'inconnues t et t' ➻ On trouve un point du plan en affectant à t et à t' des valeurs quelconques	➻ On vérifie qu'un point appartient à la droite en remplaçant x, y et z par les coordonnées du point puis en résolvant le système d'inconnue t ➻ On trouve un point de la droite en affectant à t une valeur quelconque

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\iff$ il existe un réel k tel que $\vec{u}=k\vec{v}$
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux $\iff \vec{u}.\vec{v}=0 \iff \begin{pmatrix} x\\y\\z \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x'\\y'\\z' \end{pmatrix} = 0 \iff xx'+yy'+zz'=0$
- $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ coplanaires $\iff$ il existe deux réels α et β tel que $\vec{w}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$

➻ ***Recherche d'intersections :*** on résout des systèmes d'équations

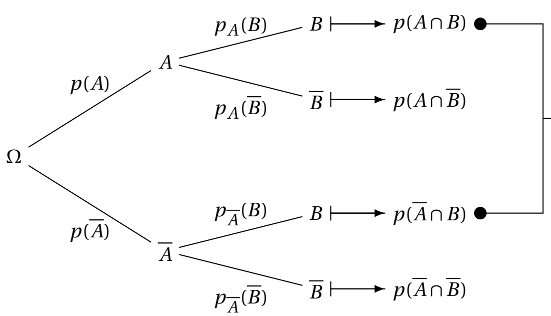
- Plan ∩ Plan : $\begin{cases} \text{Équation de } (\mathscr{P}_1) \\ \text{Équation de } (\mathscr{P}_2) \\ z=t \text{ (ou } x=t \text{ ou } y=t \text{ ou autre chose pourvu qu'il y ait du } t) \end{cases}$
- Droite ∩ Droite : $\begin{cases} \begin{pmatrix} x=\dots \\ y=\dots \\ z=\dots \end{pmatrix} \text{Équations de } (\mathscr{D}_1) \\ \begin{pmatrix} x=\dots \\ y=\dots \\ z=\dots \end{pmatrix} \text{Équations de } (\mathscr{D}_2) \end{cases}$ ⚠ *Pensez à **distinguer** les paramètres de chaque représentation*
- Droite ∩ Plan : $\begin{cases} \begin{pmatrix} x=\dots \\ y=\dots \\ z=\dots \end{pmatrix} \text{Équations de } (\mathscr{D}) \\ \text{Équation de } (\mathscr{P}) \end{cases}$ ou $\begin{cases} \begin{pmatrix} x=\dots \\ y=\dots \\ z=\dots \end{pmatrix} \text{Équations de } (\mathscr{D}) \\ \begin{pmatrix} x=\dots \\ y=\dots \\ z=\dots \end{pmatrix} \text{Équations de } (\mathscr{P}) \end{cases}$ ⚠ *Pensez à **distinguer** les paramètres de chaque représentation*

Configuration	*Raisonnement à mettre en oeuvre*
	$(\mathscr{P}_1) /\!/ (\mathscr{P}_2) \iff \vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ colinéaires
	$(\mathscr{P}_1) /\!/ (\mathscr{P}_2) \iff \begin{cases} \vec{n_1} \perp \vec{u_2} \\ \vec{n_1} \perp \vec{v_2} \end{cases}$
	$(\mathscr{P}_1) /\!/ (\mathscr{P}_2) \iff \begin{cases} \vec{u_1}, \vec{u_2}, \vec{v_2} \text{ coplanaires} \\ \vec{v_1}, \vec{u_2}, \vec{v_2} \text{ coplanaires} \end{cases}$
	$(\mathscr{P}_1) \perp (\mathscr{P}_2) \iff \vec{n_1} \perp \vec{n_2}$
	$(\mathscr{P}_1) \perp (\mathscr{P}_2) \iff \vec{n_2}, \vec{u_1}, \vec{v_1}$ coplanaires
	$(\mathscr{P}) /\!/ (\mathscr{D}) \iff \vec{n} \perp \vec{v}$
	$(\mathscr{P}) \perp (\mathscr{D}) \iff \vec{n}$ et $\vec{v}$ colinéaires
	$(\mathscr{D}_1) /\!/ (\mathscr{D}_2) \iff \vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ colinéaires
	$(\mathscr{D}_1) \perp (\mathscr{D}_2) \iff \vec{v_1} \perp \vec{v_2}$

PARTIE VI - PROBABILITÉS

Formules fondamentales

$$\boxed{p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}} \Longrightarrow p(A\cap B)=p_A(B)\times p(A) \qquad \boxed{p(A)=\frac{Card(A)}{Card(\Omega)}}$$



A et $\overline{A}$ partition de l'univers donc :

$$\boxed{\begin{aligned} p(B) &= p(A\cap B)+p(\overline{A}\cap B)\\ &= p(A)\times p_A(B)+p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(B)\end{aligned}}$$

Si** A **et** B **sont indépendants : $p(A\cap B)=p(A)\times p(B)$.

Loi binomiale

- On reconnaît un schéma de Bernoulli dans lequel on répète n fois de manière **identiques** et **indépendantes** une épreuve à deux issues (*Succès* - *Échec*) et dont la probabilité du succès est p.
- Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.
- X suit alors une *loi binomiale* de paramètres n et p noté $X\sim\mathscr{B}(n,p)$.

$$\boxed{p(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}} \quad \boxed{E(X)=np} \quad \boxed{V(X)=np(1-p)} \quad \boxed{\sigma(X)=\sqrt{V(X)}}$$

Loi binomiale à la calculatrice

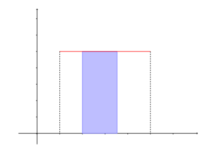
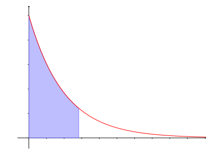
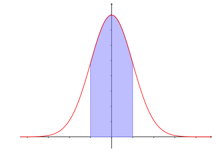
	Ti	*Casio*
	2nd + VARS	OPTN + STAT + DIST + BINM
$p(X=k)$	`BinomFdp(n,p,k)`	`Bpd(k,n,p)`
$p(X\leqslant k)$	`BinomFrep(n,p,k)`	`Bcd(k,n,p)`
	MATH + PRB	OPTN + PROB
$\binom{n}{k}$	n `Combinaison` k	n `nCr` k

Question classique : on cherche la probabilité de réalisation **d'au moins k succès**

$$\boxed{p(X\geqslant k)=1-p(X<k)}$$

Lois continues

Ti : 2nd + VARS *Casio* : OPTN + STAT + DIST + NORM

	Loi uniforme sur $[c;d]$	Loi exponentielle sur $[0;+\infty[$	Loi normale sur $]-\infty;+\infty[$ $\mathscr{N}(0,1)$ ou $\mathscr{N}(\mu,\sigma^2)$
Allure graphique			
$p(a\leqslant X\leqslant b)$	$\dfrac{b-a}{d-c}$	$e^{-\lambda a}-e^{-\lambda b}$	`NormalFRep(a,b,`μ,σ`)` `NormCD(a,b,`σ,μ`)`
$p(X\leqslant b)$	$\dfrac{b-c}{d-c}$	$1-e^{-\lambda b}$	`NormalFRep(-10^99,b,`μ,σ`)` `NormCD(-10^99,b,`σ,μ`)`
$p(X>b)=1-p(X\leqslant b)$	$\dfrac{d-b}{d-c}$	$e^{-\lambda b}$	`NormalFRep(a,10^99,`μ,σ`)` `NormCD(a,10^99,`σ,μ`)`
Espérance	$\dfrac{c+d}{2}$	$\dfrac{1}{\lambda}$	μ

Loi exponentielle : probabilité de vivre b années sachant a années déjà vécu *(durée de vie sans vieillissement)*

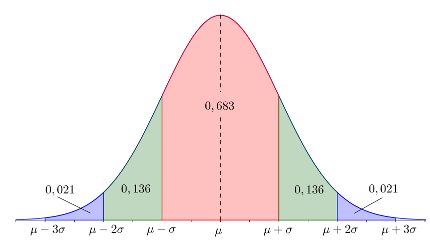
$$\boxed{p_{X>a}(X>b)=p(X>b-a)=e^{-\lambda(b-a)}}$$

Loi normale (inverse normale) : On cherche la valeur de k tel que $p(X\leqslant k)=p$:

$$k=\texttt{FracNormale}(p,\mu,\sigma)\to Ti$$
$$=\texttt{InvNormCD}(p,\sigma,\mu)\to Casio$$

Loi normale : plages de normalité à connaître

$$p(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)\simeq 0{,}683$$
$$p(\mu-1{,}96\sigma\leqslant X\leqslant\mu+1{,}96\sigma)\simeq 0{,}95$$
$$p(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)\simeq 0{,}954$$
$$p(\mu-2{,}58\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2{,}58\sigma)\simeq 0{,}99$$
$$p(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)\simeq 0{,}997$$

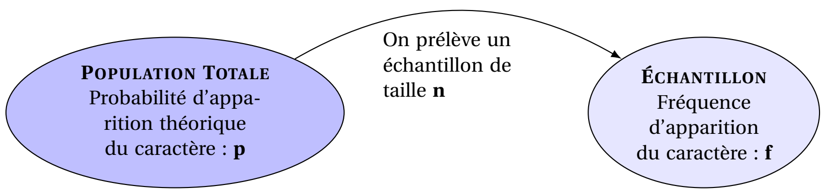


Loi normale : recherche de μ ***et/ou*** σ

1. poser les contraintes de l'énoncé ;
2. les réinterpréter au sens : $p(\boldsymbol{X}\leqslant\boldsymbol{b})=p$;
3. centrer réduire : $p(X\leqslant b)=p \iff p\left(Z\leqslant\dfrac{b-\mu}{\sigma}\right)=p$;
4. $\dfrac{b-\mu}{\sigma}=$ `FracNormale(`p`,0,1)` ou `InvNorm(`p`,1,0)` ;
5. résoudre l'équation ou le système d'équations d'inconnues μ,σ.

PARTIE VII - ÉCHANTILLONNAGE ET ESTIMATION

VII.1 Échantillonnage



➻ ***Intervalle de fluctuation asymptotique à*** 95 %

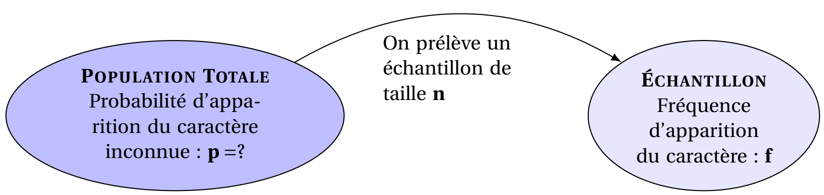
⚠ Pensez à vérifier que les conditions pour calculer l'intervalle sont vérifiées :

- $n \geqslant 30$
- $np \geqslant 5$
- $n(1-p) \geqslant 5$

$$\boxed{I = \left[p - 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\,;\, p + 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]}$$

Conclusion : Si $f \in I$ alors on considère que l'échantillon est représentatif de la population en général.

VII.2 Estimation



➻ ***Intervalle de confiance au niveau de confiance de*** 95 %

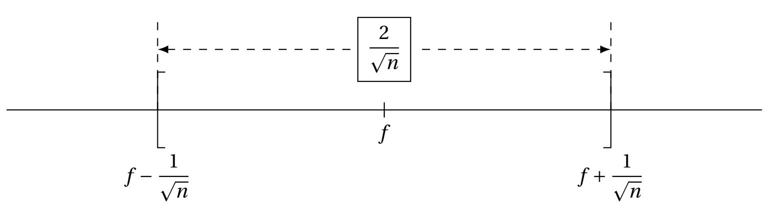
⚠ Pensez à vérifier que les conditions pour calculer l'intervalle sont vérifiées :

- $n \geqslant 30$
- $nf \geqslant 5$
- $n(1-f) \geqslant 5$

$$IC = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}\,;\, f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

Conclusion : On estime avec un certain niveau de confiance que la probabilité inconnue $p \in IC$.

➻ ***Amplitude de l'intervalle de confiance***



On cherche la taille n de l'échantillon à prélever tel que $\boxed{\frac{2}{\sqrt{n}} \leqslant A}$

PARTIE VIII - ALGORITHME ET CODAGE

Instructions	Syntaxe **CASIO**	Syntaxe **TI**
Accès aux commandes	`Menu PRGM` `COM` ou `REL`	`PRGM` puis `CTL` ou `E/S` `2nd` + `tests`
Afficher du texte	`"BLA BLA"↵`	`:Disp "BLA BLA"`
Afficher(x)	`X◢`	`:Disp X`
Saisir(x)	`"X="?→X↵`	`:Prompt X`
Affectation	`5→X↵`	`:5→X`

Structure IF	`If (X<10)↵`
	`Then "MOINS DE DIX"↵`
	`Else "PLUS DE DIX"↵`
	`IfEnd↵`
		`:If (X=10) Then`
		`:Disp "DIX"`
		`:Else`
		`:Disp "PAS DIX"`
		`:End`

Structure FOR	`For 1→K To 10↵`
	`"K VAUT ":K◢`
	`Next↵`
		`:For(K,1,10)`
		`:Disp "K VAUT ",K`
		`:End`

Structure WHILE	`While (N<10)↵`
	`N+1→N↵`
	`WhileEnd↵`
		`:While (N<10)`
		`:N+1→N`
		`:End`

Partie IX - Spécialité

IX.1 Arithmétique

Divisibilté dans $\mathbb{Z}$

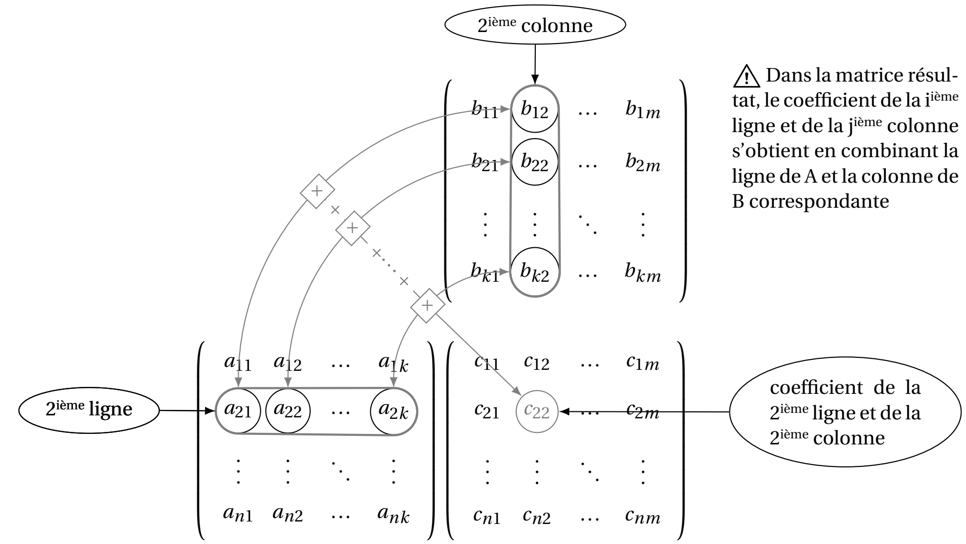
- a divise b noté $a \mid b$ signifie qu'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $b = ka$.
- $\left.\begin{array}{l} a \mid b \\ b \mid c \end{array}\right\} \Longrightarrow a \mid c$
- $\left.\begin{array}{l} a \mid b \\ a \mid c \end{array}\right\} \Longrightarrow a \mid (bu+cv)$avec u et $v \in \mathbb{Z}$. On dit que a divise toute combinaison linéaire de b et c.
- **Division Euclidienne :** $a = bq + r$ avec $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^*, q \in \mathbb{Z}, 0 \leqslant r < |b|$.

Congruence dans $\mathbb{Z}$

- a et b sont congrus modulo n noté $a \equiv b\ [n]$ si a et b ont le même reste dans la division euclidienne par n.
- $a = bq + r \iff a \equiv r\ [b] \iff a - r \equiv 0\ [b] \iff a - r = bq \iff b \mid (a - r)$
- $\left.\begin{array}{l} a \equiv b\ [n] \\ c \equiv d\ [n] \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{array}{llll} \textbf{1)} & a + c \equiv b + d\ [n] & \textbf{2)} & ac \equiv bd\ [n] \\ \textbf{3)} & ka \equiv kb\ [n], k \in \mathbb{Z} & \textbf{4)} & a^p \equiv b^p\ [n], p \in \mathbb{N} \end{array}$
- a et b premiers entre eux $\iff \text{pgcd}(a;b) = 1$
- $\text{pgcd}(a;b) = d \iff a = kd$ et $b = k'd$ avec $\text{pgcd}(k;k') = 1$
- **Identité de Bezout** : $\text{pgcd}(a;b) = d \iff$ il existe deux entiers relatifs u et v tel que $au + bv = d$
- **Théorème de Bezout** : $\text{pgcd}(a;b) = 1 \iff$ il existe deux entiers relatifs u et v tel que $au + bv = 1$
- **Équation Diophantienne** : $\left\{\begin{array}{l} ax + by = c \text{ admet des solutions } \iff c \text{ est un multiple de pgcd}(a;b) \\ ax + by = 1 \text{ admet des solutions } \iff \text{pgcd}(a;b) = 1 \end{array}\right.$
- **Inverse modulaire** : $\left\{\begin{array}{l} \text{pgcd}(a;b) = 1 \iff au + bv = 1 \\ \phantom{\text{pgcd}(a;b) = 1} \iff au = -bv + 1 \\ \phantom{\text{pgcd}(a;b) = 1} \iff au \equiv 1\ [b] \\ \phantom{\text{pgcd}(a;b) = 1} \iff u \text{ est l'inverse modulaire de } a \text{ modulo } b \end{array}\right.$
- **Gauss** : $\left.\begin{array}{l} a \mid bc \\ \text{pgcd}(a;b) = 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow a \mid c$ et $\left.\begin{array}{l} b \mid a \text{ et } c \mid a \\ \text{pgcd}(b;c) = 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow bc \mid a$
- p est premier s'il admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.
- Tout nombre entier n peut se décomposer en produit de nombre premier tel que : $n = {p_1}^{\alpha_1} \times {p_2}^{\alpha_2} \times \ldots {p_k}^{\alpha_k}$. Le nombre de diviseurs de n est alors $(\alpha_1 + 1) \times (\alpha_2 + 1) \times \ldots (\alpha_k + 1)$.
- ***Critère de primalité*** : si n n'est divisible par aucun nombre premier inférieur à $\sqrt{n}$ alors n est premier.
- $\left.\begin{array}{l} p \text{ premier} \\ p \mid ab \end{array}\right\} \Longrightarrow p \mid a$ ou $p \mid b$

IX.2 Les matrices

Produit de matrices :



⚠ Dans la matrice résultat, le coefficient de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne s'obtient en combinant la ligne de A et la colonne de B correspondante

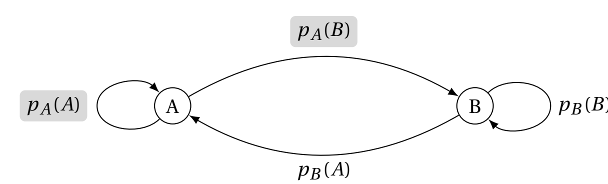
Propriétés : A, B et C sont du même ordre n.

- $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
- $(A + B) \times C = A \times C + B \times C$
- $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
- pour tout réel k, $k \times (A \times B) = A \times (k \times B)$
- ⚠En général, $A \times B \neq B \times A$
- $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ fois}} = A^n$
- $A^m \times A^n = A^{m+n}$
- $(A^n)^p = A^{n \times p}$
- pour tout réel k, $(kA)^n = k^n A^n$

Matrice inverse :

- $A \times B = B \times A = I_n \iff B$ est l'inverse de A et B est notée $A^{-1} \iff A^{-1} \times A = A \times A^{-1} = I_n$
- $I_n \times A = A \times I_n = A$
- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $A \times X = B \iff A^{-1} \times A \times X = A^{-1} \times B \iff X = A^{-1} \times B$ *(Résolutions de système d'équations)*

Matrice de transition associée à un diagramme de changement d'état :



* Si l'état initial est décrit par une **matrice colonne** P_0 alors la somme de chaque **colonne** de M vaut 1

$$P_0 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} p_A(A) & p_B(A) \\ p_A(B) & p_B(B) \end{pmatrix}$$

$$P_{n+1} = M \times P_n \Longrightarrow P_n = M^n \times P_0$$

* État stable $P = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $P = M \times P$

* Si l'état initial est décrit par une **matrice ligne** P_0 alors la somme de chaque **ligne** de M vaut 1

$$P_0 = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} p_A(A) & p_A(B) \\ p_B(A) & p_B(B) \end{pmatrix}$$

$$P_{n+1} = P_n \times M \Longrightarrow P_n = P_0 \times M^n$$

* État stable $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ tel que $P = P \times M$